GUIA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO

CÁLCULO DIFERENCIAL

NOMBRE DEL ALUMNO:____ **GRUPO:** --------------------

NOMBRE DEL PROFESOR:______________________________________**CALIFICACIÓN:**____________

Nota: Esta guía se entregará resuelta al docente que le aplique el examen extraordinario.

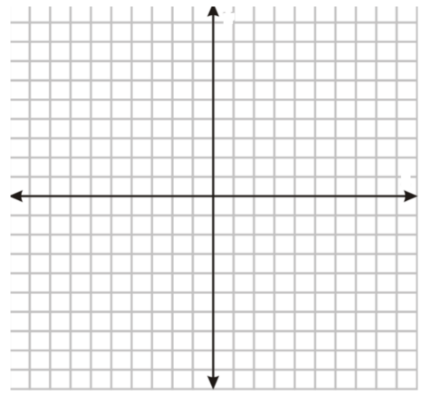
1.- INSTRUCCIONES: **Realiza un organizador gráfico sobre la Clasificación de los números reales,** con sus respectivos ejemplos.

2.- INSTRUCCIONES: **En relación a los intervalos, complementa la siguiente tabla**, según sea el caso.

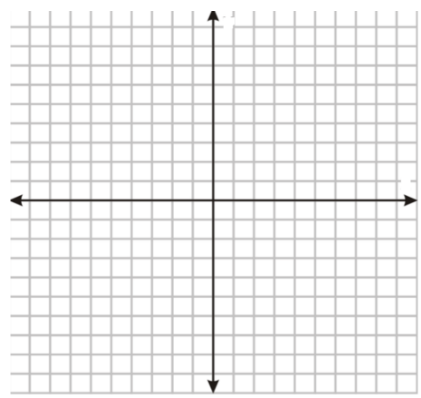
No.	INTERVALO	DESIGUALDAD	GRÁFICA
1	**(2 , 7)**		
2		**$-1 \leq X \leq 2$**	
3	**(-3 , 0]**		
4	**[-4 , 1)**		
5			**4** + ∞
6		**$X \leq -2$**	

3.- INSTRUCCIONES: Para las siguientes funciones, **gráfica y determina su dominio y rango.**

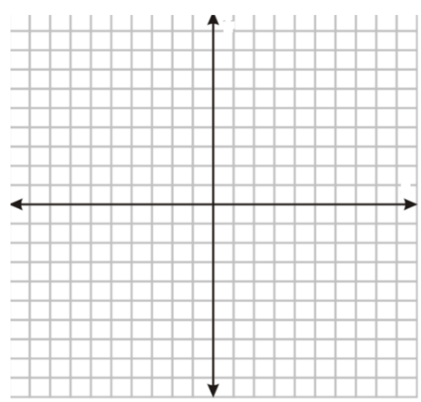
$y = F(x) = 4\,x + 2$



$y = F(x) = \ -2x + 2$



$y = F(x) = x^2\ + 1$



4.- INSTRUCCIONES: **Investiga y dibuja la gráfica de cada una de las funciones** del cuadro sinóptico.

- *FUNCIONES*
  - *ALGEBRAICAS*
    - *POLINOMIALES*
      $\boxed{f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0;\quad a_n \neq 0}$
      - *CONSTANTES* $f(x)=a$
      - *LINEALES* $f(x)=a\,x + b$
      - *CUADRÁTICAS* $f(x)=ax^2+bx+c$
      - *CÚBICAS, etc.* $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$
    - *RADICALES*
      $\boxed{f(x)=\sqrt[n]{x}}$
    - *RACIONALES*
      $\boxed{f(x)=\frac{p(x)}{q(x)} \quad si \;\; q(x)\neq 0, \;\; dónde \;\; p(x) \; y \; q(x) \;\; son \; polinomios}$
  - *TRASCENDENTES*
    - *TRIGONOMÉTRICAS*
      $f(x)=\begin{cases} \operatorname{sen} x \\ \cos x \\ \tan x \\ \cot x \\ \sec x \\ \csc x \end{cases}$
    - *EXPONENCIALES*
      $\boxed{f(x)=a^x \quad donde \;\; a\succ 0, \;\; a\in R}$ $\quad \boxed{f(x)=e^x}$
    - *LOGARITMICAS*
      $f(x)=\log_a x$
      $f(x)=Lnx=\ln x$
      $f(x)=\log x$

5.- Instrucciones: De forma limpia y ordenada, **resuelve los siguientes límites**, dentro del rectángulo y subraya el resultado final.

1. $\lim_{x \to 2}(5x - 7) =$

2. $\lim_{x \to 1}(3x^2 + 4x) =$

3. $\lim_{x \to -1} \frac{(x^2 - 1)}{(x+1)} =$

4. $\lim_{x \to -3} \frac{(x^2 + 4x - 21)}{(x+3)} =$

DEFINICIÓN DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

El límite $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ se llama derivada de f en x (si el límite existe) y se denota por:

$\frac{df}{dx}$ o $f'(x)$(Que se lee "f prima de x"

Una función es **derivable** o **diferenciable** en x, si existe su **derivada** en x, llamándose **derivación** al procedimiento para calcular la derivada. La derivada de una función también es una función.

Las notaciones que se usan más comúnmente para denotar la derivada de una función son:

$$\frac{dy}{dx}, \quad y', \quad \frac{d}{dx}[f(x)], \quad \frac{df(x)}{dx}, \quad D_x f, \quad D_x y, \quad f'(x).$$

$\frac{dy}{dx}$ se lee la derivada de y con respecto a x.

y'se lee "y prima" y denota la derivada de y respecto de la variable x.

De forma similar se leen las otras notaciones.

Introducida esta notación, entonces $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$, y si $y = f(x)$:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \frac{df(x)}{dx} = f'(x).$$

Puesto que la derivada $f'(x)$ y la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f están ambas definidas por el límite $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, calcular $f'(x)$.

FÓRMULAS BÁSICAS DE DERIVACIÓN

Regla de la función constante $$\frac{d}{dx}(c)=0$$

Regla de la función identidad $$\frac{d}{dx}(x)=1$$

Reglas del múltiplo constante $$\frac{d}{dx}(cx)=c$$ $$\frac{d}{dx}(cu)=c\frac{du}{dx}$$

Regla de la potencia $$\frac{d}{dx}\left(x^{n}\right)=nx^{n-1}$$

Regla de la potencia generalizada $$\frac{d}{dx}\left(u^{n}\right)=nu^{n-1}\frac{du}{dx}$$

Regla de la suma $$\frac{d}{dx}(u+v)=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}$$

Regla del producto $$\frac{d}{dx}(uv)=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$$

Regla del cociente $$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^{2}}$$

Regla de la cadena $$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

6.- Instrucciones: De forma limpia y ordenada, **resuelve las siguientes derivadas**, dentro del rectángulo y subraya el resultado final.

1. $y = x^3 + 5x^2 + 10x + 7$

2. $y = (2x + 5)^3$

3. $y = \sqrt{8x + 5}$

4. $y = \frac{2x+3}{x-5}$

5. $y = 5 \, sen \, 2x$

DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR
(Derivadas sucesivas)

Como la derivada de una función es otra función, entonces se puede hallar su derivada. Si se hace esto, el resultado es de nuevo una función que pudiera, ser a su vez, ser derivada. Si continúa así una y otra vez, se tiene lo que se conoce como derivadas de orden superior.

DEFINICIÓN

La derivada $\frac{dy}{dx}$ de una función $y = f(x)$ se conoce como primera derivada. Si ésta es a su vez una función derivable, su derivada se denomina *segunda derivada* de la función original, que se denota como:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x) = y''$$

La derivada de la segunda derivada, en caso de existir, se conoce como *tercera derivada* de la función:

$y''' = \frac{d^3y}{dx^3} = f'''(x)$ Tercera derivada

$y^{(4)} = \frac{d^4y}{dx^4} = f^{(4)}(x)$ Cuarta derivada

$y^{(5)} = \frac{d^5y}{dx^5} = f^{(5)}(x)$ Quinta derivada

El proceso es sucesivo, y mientras exista, la *derivada enésima* es: $\frac{d^nx}{dx^n} = f^n(x)$

EJEMPLOS

1) Obtener la tercera derivada (y''') de las siguientes funciones: $y = 2x^3 - 4x^2 - 5x - 12$

Solución:

Obteniendo la primera derivada: $y' = \frac{dy}{dx} = 6x^2 - 8x - 5$

La segunda derivada: $y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 12x - 8$

Por último, la tercera derivada: $y''' = \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \mathbf{12}$

2) Obtener la segunda derivada de la siguiente función: $y = 10x^2 - 3x + 1$

Solución:

Obteniendo la primera derivada: $y' = 20x - 3$

Ahora, para obtener a la segunda derivada: $\boldsymbol{y'' = 20}$

7.- Instrucciones: De forma limpia y ordenada, **encuentra la segunda derivada (y'')** de las siguientes funciones. Coloca el procedimiento dentro del rectángulo y subraya el resultado final.

1. $y = 3x^4$

2. $y = 2\,x^3 + 3\,x^2 + 5x + 7$

3. $y = (3x + 5)^2$

4. $y = \ e^{2x}$

5. $y = 5\ sen\ 2x$

LA DIFERENCIAL

Recordando la notación de algunas identidades, para la derivada de una función $y = f(x)$.

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}y = \frac{d}{dx}f(x) = Dx\, f(x) = f'(x)$$

Entonces, $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ que se lee: " **la derivada de y con respecto a x es igual a f prima de x** "

Si multiplicamos ambos miembros por dx, tenemos:

La función diferencial $dy = f'(x)\ dx$ (Definición de diferencial)

que se lee: "La diferencial de una función es igual al producto de la derivada por la diferencial de la variable independiente".

Para determinar la diferencial de una función, el procedimiento más sencillo es:

-Hallar la derivada y después multiplicar por dx.

Observa dicho procedimiento, para llegar a la diferencial.

1. $y = 3x^2$ Función

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(3x^2)}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = 3(2x)$$

$\frac{dy}{dx} = 6x$ Derivada con respecto a x

$\therefore\ dy = 6x\ \ dx$ Diferencial de y

2. $y = x^3$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(x^3)}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

$$\therefore\ dy = 3x^2\ \ dx$$

3. $y = 5\,sen\,3x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(5sen\,3x)}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = 5\,Cos\,3x\ (3)$$

$$\frac{dy}{dx} = 15\,Cos\,3x$$

$$\therefore\ dy = 15\cos 3x\ dx$$

Resumiendo, en la siguiente tabla:

FUNCIÓN	DERIVADA	DIFERENCIAL
$y = 3x^2$	$\frac{dy}{dx} = 6x$	$dy = 6x\ \ dx$
$y = x^3$	$\frac{dy}{dx} = 3x^2$	$dy = 3x^2\ \ dx$
$y = 5\,sen\,3x$	$\frac{dy}{dx} = 15\,Cos\,3x$	$dy = 15\cos 3x\ dx$

8.- INSTRUCCIONES: Para las siguientes funciones, complementa la siguiente tabla, **obteniendo su derivada y la diferencial respectiva.**

FUNCIÓN	DERIVADA	DIFERENCIAL
$y = 2x$		
$y = -4x^2$		
$y = 3x^3$		
$y = 7\ sen\ 4x$		
$y = 5\cos 3x$		
$y = ln(1\text{-}x^2)$		
$y = \sqrt{5x-3}$		
$y = e^{2x}$		
$y = 2\cos 2x$		
$y = 5\ tg\ 3x$		