CENTRO DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO INDUSTRIAL Y DE SERVICIO N° 50

Guía de estudio Cálculo Diferencial

Prof. Raúl Néstor Juárez Vizcaya

I. LIMITES.

https://www.youtube.com/watch?v=nTaiyaoyJhw&list=PLeySRPnY35dG9t51yT4nCwQEtWwCwvBwn&index=2&ab_channel=Matem%C3%A1ticasprofeAlex

Analizar los siguientes límites

1) $\lim_{x\to 2} 5 = 5$
2) $\lim_{x\to 2} 2x = \lim_{x\to 2} x = 2(2) = 4$
3) $\lim_{x\to 4} 3x+6 = 3(4) + 6 = 18$
4) $\lim_{x\to 3} 3x^2 + 2x + 2 = 3(3)^2 + 2(3) + 2 = 35$
5) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+2}{3x+1} = \frac{2(2)+2}{3(2)+1} = \frac{6}{7}$
6) $\lim_{x\to -2} \frac{2x^2+2}{3x-1} = \frac{2(-2)^2+2}{3(-2)-1} = \frac{10}{-7}$
7) $\lim_{x\to 4} (x2 + x)\,(2x+2) = ((4)^2 + (4))(2(4)+2) = (20)(10) = 200$

Ejercicio. Resolver los siguientes límites

1) $\lim_{x\to 2} 7$	
2) $\lim_{x\to 6} 5\,x$	
3) $\lim_{x\to -4} 2x-8$	
4) $\lim_{x\to 3} 4x^2 + 5x - 4$	
5) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-2}{2x+1}$	
6) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2+6}{2x-4}$	
7) $\lim_{x\to 4} (2x^2 + 3x)\,(x - 2)$	

Límites: formas indeterminadas

Cuando se calculan los limites se da el caso en que pude presentar la forma indeterminada 0/0, la cual puede eliminarse por medio de una simplificación, factorizando las expresiones.

Repasa

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(-2)^2-4}{(-2)+2} = \frac{0}{0}$$

https://www.youtube.com/watch?v=h9lEAU5-CSg&list=PLeySRPnY35dG9t51yT4nCwQEtWwCwvBwn&index=7&ab_channel=Matem%C3%A1ticasprofeAlex

Al obtener este resultado se factoriza el numerador.

$$\lim_{x \to -2} \frac{x2 - 4}{x + 2} = \frac{(-2)2 - 4}{(-2) + 2} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 2} (x-2) = (-2-2) = -4$$

Ejercicio. Resolver los siguientes límites forma $\frac{0}{0}$

1) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$	
2) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x-2}$	
3) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2+2x-3}{x-1}$	
4) $\lim_{x \to 0} \frac{3x^2-3x}{x}$	
5) $\lim_{x \to -2} \frac{x^3+8}{x+2}$	

II. DERIVACIÓN: MÉTODO DE LOS 4 PASOS

Como sabemos, la derivada de una función se define como el límite de la razón del incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando tiende a cero.

Para encontrar la derivada de una función se utiliza la Regla General para la Derivación que consta de cuatro pasos:

https://www.youtube.com/watch?v=U7onW7mMzLM&ab_channel=Matem%C3%A1ticasprofeAlex

Paso 1:

Se sustituye en la función "X" por $(X + \Delta X),\ y\ \text{"}Y\text{"}\ por\ (Y + \Delta Y).$

Paso 2:

Se resta a la nueva función el valor de la función original, obteniendo únicamente Δy (incremento de la función).

Paso 3:

Se divide la nueva ecuación Δy (incremento de la función) entre Δx (incremento de la variable independiente).

Paso 4:

Se calcula el límite cuando Δx (incremento de la variable independiente) tiende a cero.

La regla se representa con la siguiente ecuación:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Nota: Recuerda que "Δx" también es conocido como "h" y "y" también es conocido como" f(x)".

" f'(x)" también es conocido como " y' "

$$\boldsymbol{y' = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$

Ejemplo: **La derivada de la función** $\boldsymbol{y = 2x + 2}$

Datos:

$f(x) = 2x + 2$	$\lim_{h \to 0} \frac{\cancel{2x} + 2h + \cancel{2} - \cancel{2x} - \cancel{2}}{h}$
$f(x+h) = 2(x+h) + 2$	$\lim_{h \to 0} \frac{2h}{h}$
$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{[2(x+h)+2] - [2x+2]}{h}$	$f'(x) = \lim_{h \to 0} 2 = 2$
$\lim_{h \to 0} \frac{(2x+2h+2) - (2x+2)}{h}$	$\boldsymbol{y' = f'(x) = 2}$

Ejercicio:

Obtener la derivada de las siguientes funciones por el método de los 4 pasos:

1.- $f(x) = 5x - 3$ Respuesta. - 5

2.- $y = x^2 - 4$ Respuesta. - 2x

III. REGLAS PARA DERIVAR FUNCIONES ALGEBRÁICAS

La regla general o de los 4 pasos es fundamental para el calculo de la derivada, sin embargo, en ocasiones se hace un procedimiento de solución muy difícil, ante esto, se expresan reglas especiales por medio de las siguientes formulas:

I	$\frac{dc}{dx} = 0$
II	$\frac{dx}{dx} = 1$
III	$\frac{d}{dx}(u + v - w) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} - \frac{dw}{dx}$
IV	$\frac{d}{dx}(cv) = c\frac{dv}{dx}$
V	$\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
VI	$\frac{d}{dx}(v^n) = nv^{n-1}\frac{dv}{dx}$
VIa	$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
VII	$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$
VIIa	$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{c}\right) = \frac{\frac{du}{dx}}{c}$
VIII	$\frac{d}{dx}\left(\sqrt{v}\right) = \frac{1}{2\sqrt{v}}\frac{dv}{dx}$
VIIIa	$\frac{d}{dx}\left(\sqrt{x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

https://www.youtube.com/watch?v=-PjdQi5Foio&list=PLeySRPnY35dG2UQ35tPsaVMYkQhc8Vp__&index=9&ab_channel=Matem%C3%A1ticasprofeAlex

Ejemplo

Obtener la derivada de las siguientes funciones:

1) f(x) = 3

$$f'(x)\frac{d}{dx}\,3 = 0$$

2) f(x) = x² + 2x + 3

$$f'(x)\frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 3)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(2x) + \frac{d}{dx}(3)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2\frac{d}{dx}x^{2-1} + 2\frac{dx}{dx} + 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2$$

3) $y = \dfrac{3x - 4}{2x + 5}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{3x - 4}{2x + 5}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(2v + 5)\frac{d}{dx}(3v^1 - 4) - (3v - 4)\frac{d}{dx}(2v^1 + 5)}{(2v^2 + 5)^2}$$

$$= \frac{(2x + 5)(3) - (3x - 4)(2)}{(2x + 5)^2}$$

$$= \frac{6x + 15 - 6x + 8}{(2x + 5)^2}$$

$$= \frac{23}{(2x + 5)^2}$$

Ejercicios: **Obtener la derivada de las siguientes funciones**	
1) $y = 12x^3 + 15x^2 - 4x + 1$	R. $y' = 36x^2 + 30x - 4$
2) $y = (2x^2 - 3x)(x - 1)$	R. $6x^2 - 10x + 3$
3) $y = \frac{x+1}{2x}$	R. $y' = \frac{1}{2x^2}$
4) $y = (5x^3 - 2x)^3$	R. $y' = 3(15x^2 - 2)(5x^3 - 2x)^2$